

## ВЪРХУ НЯКОИ ПРИЛОЖЕНИЯ НА МЕТОДА НА ОБРАТНИТЕ ОПЕРАЦИИ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА 1. – 4. КЛАС

Златина К. Шаркова

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”, гр. Пловдив, бул.  
„България” № 236

*Резюме:* Предлагат се класификации на задачите, които се решават по метода на обратните операции и се коментират методическите акценти на обучението в решаване на задачи от този вид в 1. - 4. клас.

*Ключови думи:* метод на обратните операции, схема на разсъждения за решаване на задачи по метода на обратните операции

## ON SOME APPLICATIONS OF THE METHOD OF MOVEMENT OPERATIONS IN MATHEMATICS TRAINING 1. - 4. CLASS

Zlatina K. Sharkova

*Abstract:* There are proposed classifications of the tasks that are solved by the method of the reverse operations and the methodical accents of the training in order to solve problems of this type in grades 1-4 are commented.

*Key words:* reverse operations method, flowchart thinking by reverse operations method

### 1. Въведение в проблематиката. Цел на изследването

Задачите, които се решават отзад - напред, или както са известни сред учителите и учениците от 1. до 4. клас „рачешки задачи”, имат важно значение за развитие на логическото мислене на учениците. В хода на решаването им учениците осъзнават взаимосвързаността и взаимнообратимостта на аритметичните действия събиране и изваждане, умножение и деление. Специфичните схеми, които се използват при решаването на задачите от този вид развиват пространствената ориентация и пространствено мислене на учениците, формират се елементарни чертожни умения и навици. В научната литература методът за решаване на задачите от този вид е известен като метод на обратните операции или метод на инверсията (Лалчев, Здр., 2001). Същността му се изразява в следното: Неизвестното число се подлага последователно на определени, дадени в условието на задачата аритметични действия. Крайният резултат е известен или може да се намери от данните в задачата, Извършват се обратните действия на дадените в обратен ред, като се започне от крайния резултат. Приложението на метода на обратните операции в обучението по математика от 1. до 4. клас в България през последните години е предмет на изследване от Здравко Лалчев

(2001, 2013, 2016), Маргарита Върбанова (2016) и Владимира Ангелова (2009, 2013, 2018). Авторите предлагат различни класификации на задачите, които се решават по метода на обратните операции. Според В. Ангелова (2013, с. 7 – 15) могат да се разделят формално на две основни групи: „*Първа група*. Приложение на метода на обратните операции при решаване на математически задачи, *Втора група*. Приложение на метода на обратните операции при решаване на практически задачи. Като втората група се разделя на още две подгрупи: Практически задачи, които се решават с помощта на една схема и Практически задачи, които се решават с помощта на повече от една схема.“

*Целта* на настоящото изследване е да се предложат класификации на задачите, които се решават по метода на обратните операции и да се коментират методическите акценти на обучението в решаване на задачи от този вид в 1. – 4. клас.

Задачите за чието решение се изисква приложението на метода на обратните операции се класифицират най-често като логически знания. В. Ангелова (2018, с. 140) коментира задача от този вид в Книга за учителя по математика за 3. клас: „Логическата задача развива математическото мислене на учениците. Предложената схема подпомага решението ѝ. Извършват се обратните действия в обратен ред.“ Изключително важно е началните учители да акцентират върху приложението на метода на обратните операции за решаване на задачи от този вид. Изисква се да се прилага система от упражнения, за да могат учениците да:

- Откриват задачите, които се решават по метода на обратните операции,
- Могат да изготвят схеми на разсъжденията, в хода на решаване на задачата,
- Прилагат правилно метода на обратните операции до откриване на правилния/ните отговор/и на задачата.

В този смисъл е важно учителите да повишат компетентностите си по отношение на логическите знания, да се запознаят с теоретичните основи на метода на обратните операции, да усвоят видовете класификации на задачите, които се решават по метода на обратните операции, да могат да генерират аналогични задачи и да прилагат правилно методика за обучение на учениците за решаване на задачи по метода на обратните операции.

## **2. Класификация на задачите, които се решават по метода на обратните операции. Методически акценти**

Класифицирането на задачите, които се решават по метода на обратните операции, е пряко свързано с усвояването на умения от учениците за решаването им. Разбира се, могат да се изберат различни квалификационни признаци и според тях да се предложат различни класификации. Ще направим уговорка, че всяка таксономична дейност в това отношение е формална и условна. Според класификационните признаци някои задачи могат да попадат едновременно в различни класификационни групи. Основната цел, която се преследва със създаването на класификациите е да се обхване процеса на запознаване на учениците с този вид задачи, създаването на умения за решаването им, усъвършенстване на уменията за решаване на задачите. Разбира се, коментарът на

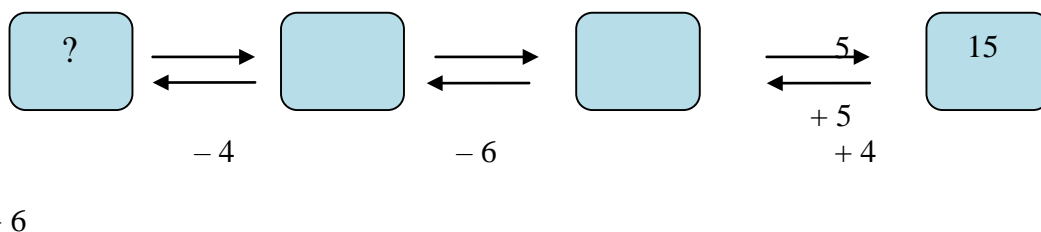
математическото съдържание на задачите и схемите на разсъжденията в хода на решаване на задачите, разширяват и обогатяват математическите и методическите компетентности на началните учители.

2.1. Според броя на обратните операции, които се прилагат при решаване на задачите: задачи, които се решават с помощта на една обратна операция и задачи, които се решават с повече от една обратна операция

2.1.1. Задачи, които се решават с помощта на една обратна операция

*Пример 1.* Баба Злата изпече кифлички за внуците си. Мая изяде 4 кифлички, след нея Леа изяде 6 кифлички, а накрая Тодор изяде 5 кифлички. В тавата останаха 15 кифлички. Колко кифлички е изпекла баба Злата?

За да се подпомогне процеса на решаване на задачата се предлага следната схема, която илюстрира и метода за решаването ѝ. Схемата на разсъждения е представена на фиг. 1.

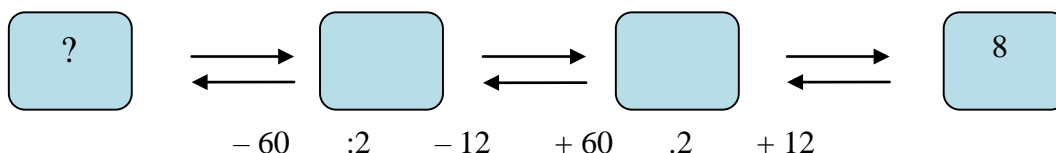


**Фиг. 1.**

За да намерим търсеното количество кифлички, последователно извършваме обратното аритметично действие на изваждането – събиране. Тръгваме отзад и се движим напред: към останалите кифлички в тавата прибавяме кифличките, изядени от Тодор ( $15 + 5 = 20$ ), след това прибавяме кифличките, изядени от Леа ( $20 + 6 = 26$ ) и най-накрая прибавяме и кифличките, изядени от Мая ( $26 + 4 = 30$ ). Достигаме до отговора на задачата – изпечени са 30 кифлички.

2.1.2. Задачи, които се решават с повече от една обратна операция

*Пример 2.* Днес мама ми даде пари. Най-напред платих за езиковия курс 60 лв., след това разделих останалите пари с брат ми. После от моята част от парите купих настолна игра за 12 лв. и се оказа, че са ми останали 8 лв. Колко пари ми е дала мама?



**Фиг. 2.**

Заедно с учениците се изготвя схемата на разсъждения , представена на фиг. 2. Обсъжда се хода за решаване на задачата. Започваме извършването на обратните действия от остатъка от сумата 8 лв. ( $8 + 12 = 20$ ,  $20 \cdot 2 = 40$ ,  $40 + 60 = 100$ ). Отговорът е 100 лева.

В хода на обучението в решаване на задачи с метода на обратните операции, найнапред се предлагат на учениците готови схеми на разсъждения, а в следващите етапи на обучението учениците сами изграждат схемите и извършват необходимите обратни действия. 2.2. Според вида на задачите които се решават с метода на обратните операции: Задачи за намиране на неизвестно число, Задачи за намиране на неизвестно количество

### 2.2.1. Задачи за намиране на неизвестно число

*Пример 3.* Намислих едно число и към него прибавих 46. Получения сбор разделих на 7 и получих 78. Кое число съм намислил?

Задачата може да се реши като се използват знанията за намиране на неизвестен компонент или като се използва метода на обратните операции.

$$(x + 46) : 7 = 78 \quad \text{неизвестно делимо}$$

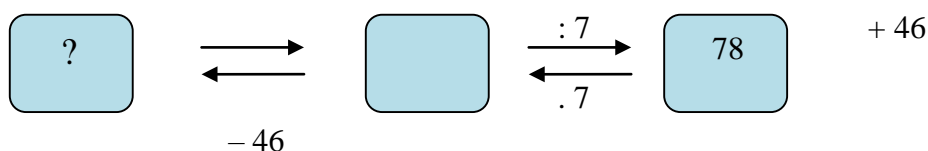
$$x + 46 = 78 \cdot 7$$

$$x + 46 = 546 \quad \text{неизвестно събираемо}$$

$$x = 546 - 46$$

$$x = 500$$

Отговор: Намисленото число е 500.



**Фиг. 3.**

При използване на метода на обратните операции в задачите за намиране на неизвестно число се тръгва от крайният отговор и последователно се извършват обратните на дадените в условието на задачата аритметични действия с числата. Схемата на разсъждения е представена на фиг. 3.

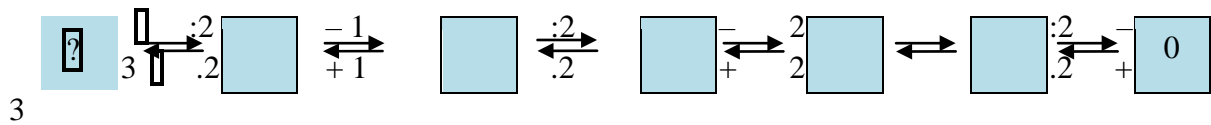
### 2.2.2. Задачи за намиране на неизвестно количество

*Пример 4.* От шоколадова бонбонiera Петър изял половината бонбони и още един бонбон, после Роси след Петър изяла половината от останалите бонбони и още два бонбона и накрая Петя след Роси изяла половината от останалите бонбони и още три бонбона. Тогава в бонбонierата не останали бонбони.

а) Колко бонбона е имало в бонбонierата преди да започне да яде Петър?

б) По колко бонбона е изяло всяко дете?

За да се отговори на въпроса в а) е удачно да се приложи метода на обратните операции.



Фиг. 4.

С учениците се коментира работата по схемата и извършването на последователните обратни операции над числовите данни, които са дадени в текста на задачата. Схемата на разсъждения е представена на фигура 4. Отговорът е 34 бонбона.

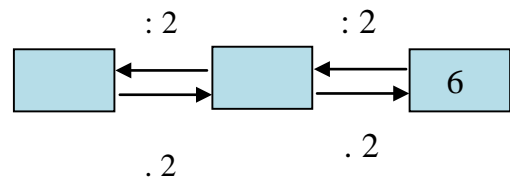
Отговор на въпроса в б): Петър – 18 бонбона, Роси – 10 бонбона, Петя – 6 бонбона.

Задачи от този вид се откриват и в действащите на този етап учебници по математика за 3. клас. Ето един пример:

*Пример 5.* „Калина боядисала яйца за Великден. Половината дала на приятелките си.

Половината от останалите дала на брат си.

За себе си оставила 6. Колко яйца е



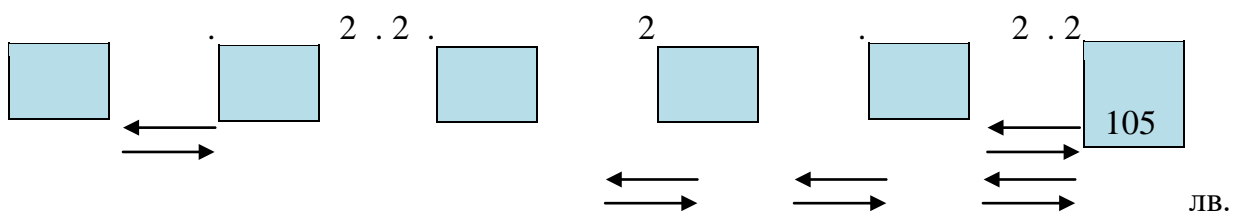
боядисала Калина? (В. Ангелова, 2018, с. 103) “

При този пример предложената схема подпомага решението ѝ. Извършват се обратните действия в обратен ред.  $6 \cdot 2 = 12$ ,  $12 \cdot 2 = 24$ . Следователно Калина е боядисала 24 яйца.

Логически задачи от разглежданата тема се срещат и в помагалата за Избираемите учебни часове по математика за 3. клас. Ето и пример за това:

*Пример 6.* „В касичката си Елена имала спестявания. За именния ѝ ден семейството ѝ дало толкова, колкото имала първоначално в касичката. До края на учебната година успяла да си спести още 48 лв. На първи юни получила от баба си 30 лв. С половината от спестените си пари Елена си купила планински велосипед. А за половината от останалите ѝ пари, след покупката на велосипеда, купила каска и наколенки. Накрая проверила, че са ѝ останали 105 лв. Колко лева е имала Елена първоначално в касичката си? Колко лева струва велосипеда? А каската и наколенките? (В. Ангелова, 2018, с. 61)“

Решението и на тази задача е удачно да се представи схематично, аналогично на представените по-горе.



: 2 : 2 : 2 : 2 : 2

Отговор: 171 лв. е имала първоначално; 210 лв. струва велосипеда; 105 лв. струват каската и наколенките.

2.3. Според броя на схемите, които се използват за решаване на задачите по метода на обратните операции: Задачи, които се решават с 1 схема, Задачи, които се решават с повече от 1 схема

### 2.3.1. Задачи, които се решават с 1 схема

*Пример 7.* За финансиране на бизнес директорът на фирма изтеглил заем от банка. От заема похарчил 26 780 лв. за закупуване на техника за производството, след това още 12 870 лв. за закупуване на материали за производството, след това платил 6 890 лв. за наем на работни помещения и най-накрая заплатил 14 980 лв. за заплати на работниците. От изтегления заем му останали 480 лв. Колко лева е бил заемът, който е изтеглил директорът?

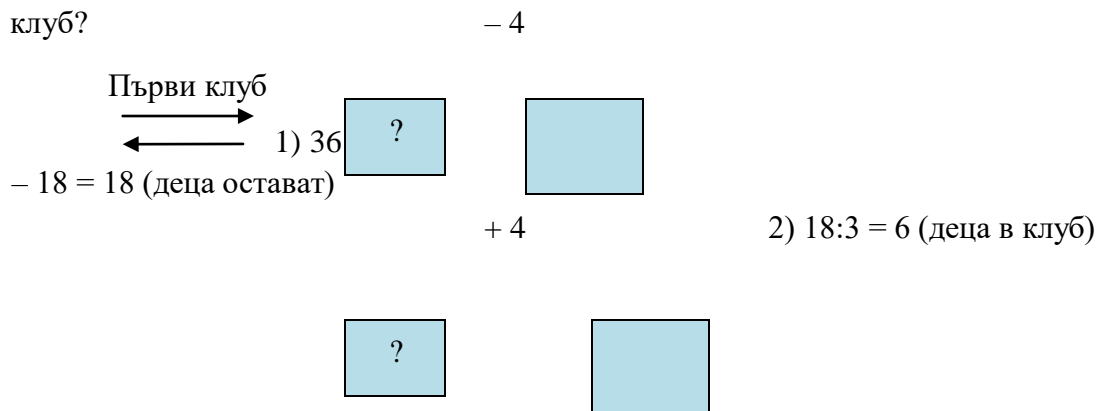


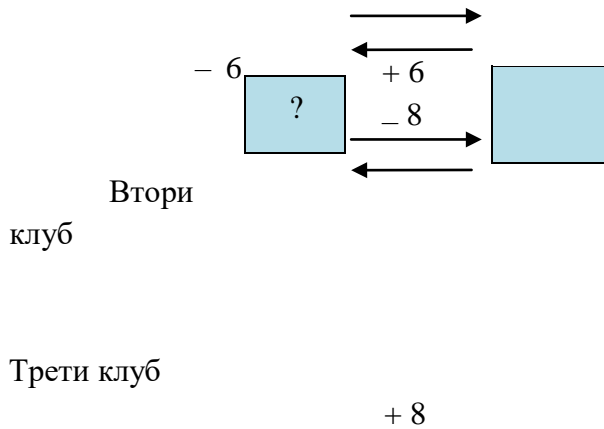
Фиг. 5.

Учениците се насочват сами да изработят схемата за разсъждения в хода на решаването на задачата. Задачата е с икономически сюжет, подходяща за обучението по математика в 4. клас. Учителят може да използва възможността да запознае учениците с паричните операции в банка. Последователното правилно извършване на обратното аритметично действие с данните от задачата осигурява верността на отговора. Схемата на разсъждения е илюстрирана с фиг. 5. Отговор: 62 000 лв.

### 2.3.2. Задачи, които се решават с повече от 1 схема

*Пример 8.* Тридесет и шест деца се разпределили в три клуба по интереси. След като от първия клуб отпаднали 4 деца, от втория – 6 деца, а от третия – 8 деца, се оказало, че в трите клуба имало по равен брой деца. По колко деца е имало първоначално във всеки клуб?

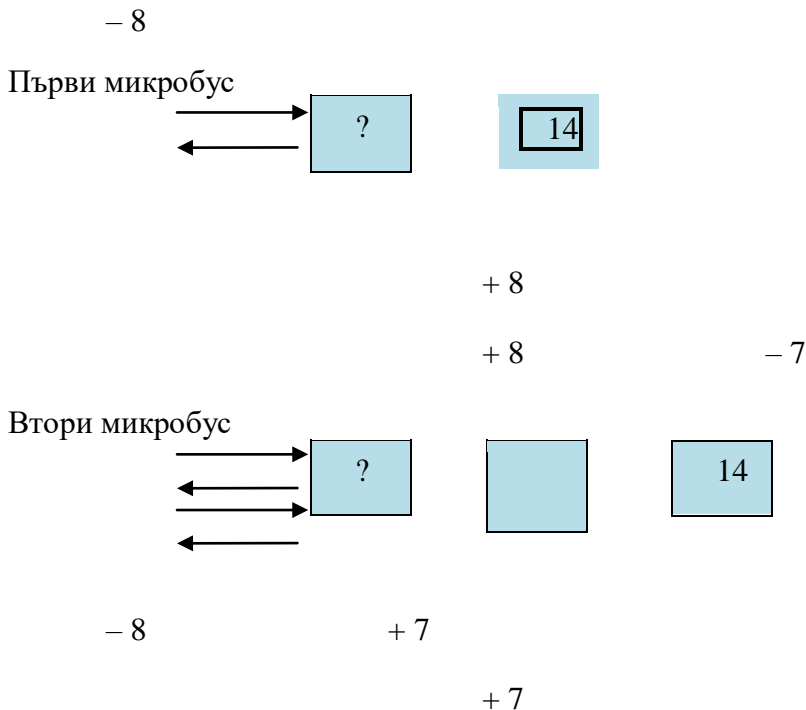


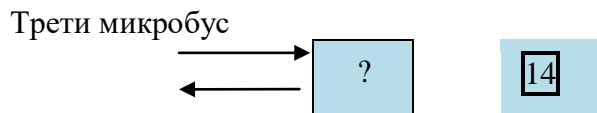


**Фиг. 6.**

Схемата на разсъжденията за решаване на задачата е представена на фиг. 6. Учителят насочва учениците как да намерят равния брой деца във всеки клуб след отпадането на посочения брой деца от всеки от клубовете. След това учениците сами намират първоначалния брой на децата във всеки клуб, използвайки метода на обратните операции. В случая за намиране първоначалния брой деца в трите клуба се използва действие събиране. Отговор: Първи клуб – 10, Втори клуб – 12, Трети клуб – 14. *Пример 9.* В три микробуса пътували общо 42 пътници. На първата спирка от първия във втория микробус преминали 8 пътници, а от втория микробус преминали в третия микробус 7 пътници. Тогава броят на пътниците в трите микробуса се изравнил. По колко пътници имало първоначално във всеки микробус?

$42 : 3 = 14$ . 14 пътници трябва да има във всеки от микробусите след преместванията.





– 7

### Фиг. 7.

Схемата на разсъждения за решаване на задачата е представена на фиг. 7. Учителят коментира с учениците как да пресметнат равния броя на пътниците в трите микробуса след преместванията. Удачно е учениците сами да изготвят схемата на разсъжденията и да достигнат до първоначалния броя на пътниците в трите микробуса използвайки метода на обратните операции. Отговор: Първи микробус – 22, Втори микробус – 13, Трети микробус – 7.

### 3. Вместо заключение

Задачите, които се решават по метода на обратните операции в обучението по математика от 1. до 4. клас допринасят за развитие на логическото мислене на учениците, съдействат за усвояване на взаимосвързаността и взаимообратимостта на събирането и изваждането и на умножението и делението. В хода на изготвяне на схемата на разсъждения за решаване на задачите се развива и пространственото мислене на учениците, формират се определени чертожни умения и навици. Учениците развиват способността си да мислят с няколко хода напред и да предвиждат приблизителния отговор на задачата. Важно е бъдещите учители да бъдат подготвени да обучават учениците за правилното използване на метода на обратните операции. В тази връзка В. Ангелова (2009) предлага структура на практическо упражнение за обучение на студенти за приложение на метода на обратните операции за решаване на задачи по математика. „Цели на занятието: Осмисляне същността на метода на обратните операции; Овладяване на знания и умения за решаване на задачи по математика чрез метода на обратните операции.“ От студентите се изисква да конкретизират математическото съдържание на задачи и да изготвят схеми на разсъждения за решаването им прилагайки метода на обратните операции.

Изведената в статията класификация на задачите, които могат да се решават по метода на обратните операции, предложените примерни задачи и методически акценти могат да се използват в урочните и извънурочните дейности по математика в началните класове. Началните учители имат възможността да генерират банка от аналогични задачи, които да се решават по метода на обратните операции. Този вид задачи провокира у учениците интерес и те работят с желание до откриване на отговорите им, след като са усвоили алгоритъма за изготвяне на схемите за разсъждение и прилагането на метода на обратните операции.

Литература



Ангелова, В., Ж., Колева (2018). Математика за 3. клас. София, Издателство „Просвета плюс“, 124 с., ISBN 978-619-222-164-5

Ангелова, В. (2018). Книга за учителя по математика за трети клас, София, Издателство „Просвета плюс“, 167 с., ISBN 978-619-222-167-6

Ангелова, В., А. Николова (2018). Математика с Мат и Ема за 3. клас. София, Издателство „Просвета плюс“, 72 с., ISBN 978-619-222-254-3

Ангелова, В. (2013). Приложение на взаимнообратните аритметични операции за решаване на математически и практически задачи в началния етап на СОУ. В: Академично списание „Управление и образование“, т. 9, № 3, Бургас, с. 7 – 15, ISBN 13126121

Ангелова, В. (2009). Ръководство по методика на обучението по математика за началния етап на следното общообразователно училище. Част Първа. Университетско издателство „Паисий Хилендарски“, с. 65 – 72, ISBN 978-654-423-531-4

Златилов, В., И. Цветкова, Т. Тонова (2004). Първа математическа читанка 3. – 4. клас. С., ИК „Труд“, с. 78 – 81, ISBN 954-528-468-4

Лалчев, З. (2001). Още веднъж за метода на инверсията в началната училищна математика. В: „Начално образование“, № 1-2, с. 4 – 16