

СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА МАТЕМАТИЧЕСКОТО СЪДЪРЖАНИЕ В ИЗСЛЕДВАНЕТО PISA

Маня Манева
ПУ „Паисий Хилендарски“

Резюме: Грамотността е основата, чрез която се формира и развива всяка личност. Без грамотност и без знания е немислимо човешкото съществуване. Една личност за да бъде част от обществения живот, за да има социални контакти, които да я удовлетворяват и за да постига житейските си и професионалните си цели, е нужно да бъде грамотна.

Учебните програми по математика в България, съдържат в себе си тълкуването на понятието „математическа грамотност“, като се доближава до това в концептуалната рамка на международното изследване PISA 2021, но има и известни разминавания.

В настоящето изследване се разглежда понятието „грамотност“ и определението за „математическа грамотност“ според концептуалната рамка на международното изследване PISA 2021 и съответствието им с основните съдържателни области по математика в съдържанието им в учебните програми по математика в България.

Ключови думи: PISA, математическа грамотност, учебните програми по математика в България

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE MATHEMATICAL CONTENT IN THE PISA SURVEY

Manya Maneva
Plovdiv University Paisii Hilendarski

Summary: Literacy is the basis on the grounds of which each person is formed and developed. Without literacy and without knowledge, human existence is basic. To lead a social life, to establish contacts in social media and to achieve life and professional goals, a person needs to be literate. The curriculum in Mathematics in Bulgaria contains the interpretation of the term "mathematical literacy" in line with the conceptual framework of the international PISA 2021 study, though showing some differences.

The present study examines the concept of "literacy" and the definition of "mathematical literacy" according to the conceptual framework of the international PISA 2021 study and their correspondence to the main areas of mathematics curriculum in Bulgaria.

Keywords: PISA, Mathematical Literacy, Mathematics Curricula in Bulgaria

Под *грамотност* най-често се тълкува усвояването на процесите на четене и писане на родния език. Същевременно поради липса на друга дума, същата дума *грамотност* се употребява в смисъл и на езикова грамотност (literacy), и на математическа грамотност (numeracy), както и за грамотност в областта на природните науки или технологиите. По този

начин грамотността може да се тълкува в тесен смисъл - като четене и писане, т.е. „грамотност за четене” или езикова грамотност, и в широк смисъл - като комплекс от „грамотности”, в т.ч. математическа, финансова, цифрова, в областта на природните науки и технологиите. [WEB 2]

Като разновидност на понятието грамотност се срещат понятията *начална* грамотност, *вторична* грамотност и все по-често се говори за *базова* грамотност, за *функционална* грамотност и за *комплексна* грамотност.

Началната грамотност свързва етапа от овладяване на четенето и писането с разбиране на прочетеното и написаното, т.е. овладяването на кодът за преход от графичните знаци към звуковата форма на думата при четенето и обратно - от звуковата форма към графичната при писането.

Под *базова* грамотност се разбира онова минималното равнище, което е достатъчно за самостоятелно четене като целта е самообразование.

В същността на *комплексната* грамотност се включва изградената компетентност за създаване, разбиране, тълкуване и поставяне на критическа оценка на конкретна писмена информация. Този вид грамотност можем да се съотнесе с уменията, които се очаква да са придобили учениците в края на началния етап на основното образование в съответствие с държавните образователни стандарти. До известна степен и с изричното уточнение за разликата в целите, фокуса и обема на понятията, това са и уменията, които демонстрират лицата, които достигат първо ниво в PISA.

През 50-те години на XX век се появява идеята за намаляване на неграмотността сред хората по света и започва все по-сериозно да се говори за т. нар. *функционална* грамотност.

За ЮНЕСКО „*функционално грамотен е този, който може да участва в дейности, в които грамотността е условие за ефективно функциониране на неговата група и общност и която му дава възможност да ползва четенето, писането и смятането за своето усъвършенстване и за развитието на общността*”. [WEB 2]

Функционалната грамотност представлява също необходимостта на човек да бъде в състояние да приложи знанията си чисто практически в реалния живот.

От определението, което дава ЮНЕСКО за същността на функционалната грамотност, трябва да се отбележи, че развитието на ученика още от ранна възраст е пряко свързано с попадането му в училище с цел:

- социализиране към училищната среда и към съучениците;
- развиване на компетенции с времето и процеса на обучение в избраната област;
- последователно учене и връзка между отделните уроци;
- учене с разбиране, а не наизустяване на материала;
- проявяване на активност в извънкласните дейности, провеждани от учителя и училищното ръководство.

Функционалната грамотност може да се разглежда в две измерения:

- като прилагане на знанията по четене, писане и смятане в ежедневието, за изпълнението на различни задачи по характер (например разчитане на надписи върху сгради или стоки, ориентация по разписанието на превозно средство за времето и мястото, откъдето то заминава и пр.);

- като наличие на необходими знания и умения за упражняване на определени функции, сред които най-важна е функцията на трудещ се човек в обществото.

В международното изследване PISA функционалната грамотност се определя като способността на учениците да използват знания и умения в ключови познавателни области, като анализират, осмислят и представят решение на проблеми в многообразие от ситуации, близки до реалните.

За целите на PISA 2021 в рамката на изследването *математическата* грамотност се дефинира по следния начин: „*Математическата грамотност е способността на индивида да разсъждава математически, да формулира, да използва и да интерпретира*

математиката, за да решава проблеми в редица реални ситуации. Тя включва познаване и разбиране на понятия, процедури, факти и инструменти, които описват, обясняват и предсказват явления. Тя помага на хората да осъзнаят ролята, която математиката играе в света, да направят добре обосновани преценки и да вземат решения, необходими на конструктивните, ангажираните и мислещите граждани на 21-ви век.“ [WEB 4]

В това определение за математическа грамотност фокусът е върху активната ангажираност чрез математически разсъждения и решаване на задачи, като се използват математическите понятия, процедури и инструменти за описване, обяснение и предвиждане на събития.

„Дефиницията на PISA за математическата грамотност изрично включва използването на математически „инструменти“ и то не само традиционните калкулатори, но и модерните цифрови устройства, специализиран софтуер и др., които днес присъстват почти на всяко работно място. Подобно на природните науки и четенето тестът по математика, използван през 2015 г. От българските ученици, е в електронен вариант. Компютърно базираното оценяване по математика включва използването на електронен онлайн калкулатор и електронна таблица.“ [Петрова, 2016]

Тук се акцентира и върху използване на инструментариум за изчисления и уменията на учениците да го използват разционално.

„В дефиницията на PISA се подчертава значението на математическата грамотност за ефективно и пълноценно участие на всяка личност в обществения живот.“ [Петрова, 2013]

За да са математически грамотни, учениците трябва първо да умеят да използват наученото учебно съдържание по математика, да формулират с помощта на математическия език разпознатата от тях същност на ситуацията или проблема. Новополучената математическа задача, трябва да бъде решена с помощта на математическите понятия, алгоритми и процедури, които са преподавани в училище. Освен това накрая ученикът трябва да прецени математическото решение, като интерпретира резултатите в първоначалната ситуация.

Областите на математическо съдържание в изследването PISA са четири:

- функции и отношения,
- пространство и форма,
- количество,
- вероятност и данни. [WEB 4]

т.е. това са тези области от математическото съдържание, които учениците могат да използват, за да преформулират чрез преобразуване задачата от реалния свят в ситуация на математическа задача, да я решат, както и да тълкуват и да оценят решението.

Националните учебни програми по математика в България (които са утвърдени със заповед на министъра на образованието и науката в периода 2015 г. - 2018 г.) са организирани в следните области на компетентности:

- Числа. Алгебра,
- Фигури и тела,
- Функции. Измерване,
- Логически знания,
- Елементи от вероятности и статистики,
- Моделиране.

Подробните програми с темите и подтемите помагат ясно да се определят компетентностите като очаквани резултати от обучението по конкретната програма и клас. Тези учебни програми са предназначени да дадат на учениците знанията и уменията, които се отнасят до същите тези основни математически идеи, с които е организирано съдържанието на изследването PISA.

Четири са темите със специален акцент в оценяването на PISA 2021 като всяка от тях се разглежда в съответната област от съдържание, както следва [WEB 4]:

1. **Явления, свързани с нарастване/намалвяване** (функции и отношения) - различни видове изменения: линейни, нелинейни, квадратни и експоненциални;

От учениците няма да се изисква подробно изследване на функции, но ще има задачи, в които трябва да разпознаят, че растежът не е линеен, да оценят на интуитивно ниво значението на „експоненциален растеж“ като изключително бърз темп на растеж. В учебните програми в България това са темите, свързани с „Права и обратна пропорционалност“ в VI клас и „Функции“ в IX клас (линейна и квадратна функция).

2. **Геометрични апроксимации** (пространство и форма) - апроксимиране на неправилни или непознати фигури и форми чрез разделянето им на познати фигури с изучени свойства и формули за работа с тях.

Математическата грамотност в областта на пространството и формата включва редица дейности като разбиране на перспективата, създаване и четене на карти, трансформиране на фигури, интерпретиране на изгледи на триизмерни координатни системи от различни гледни точки и създаване на форми.

Днешният динамичен свят е все по-пълнен с фигури и тела, които не са точно познатите и изучавани модели и затова е трудно да се намери лицето или обема им.

В учебните програми в България са добре застъпени темите за фигури, тела, комбинации от фигури и тела, свойствата им, лицата им - например в V клас - „Основни геометрични фигури“ и „Геометрични тела“ (триъгълник, лице на равнинна фигура, успоредник, ромб, трапец, лица на геометрични фигури, съставени от изучените фигури, куб и правоъгълен паралелепипед), в VI клас - „Геометрични фигури и тела“ (окръжност - и в учебното съдържание на VIII клас, кръг), многоъгълник – вписани и описани многоъгълници са в учебното съдържание за VIII клас, призма, пирамида, прав кръгов цилиндър, прав кръгов конус, сфера, кълбо, както и определянето на техните повърхнини и обеми.

Еднаквостите в равнината са обект на изучаване в учебната програма в България в края на VIII клас.

Може да се направи извод, че темата е добре застъпена в учебната ни програма.

3. **Компютърни симулации** (количество) - проучване на ситуации за влиянието на различни променливи върху крайния резултат.

Количественото определяне на света включва разбиране за измерванията, за броя, за величините, за единиците. Същността на математическата грамотност в областта на количеството са смисълът на числата и тяхното множествено представяне, рационалността в изчисленията, оценяването на резултатите, които са в учебното съдържание на учебните програми в целия прогимназиален етап и в VIII клас в България.

В контекста на компютърно базираната оценяване по математиката в PISA, която ще се използва през 2021 г., би могло да има проблеми свързани с понятията бюджет, планиране, които учениците могат да анализират чрез използване на компютърни симулации като част от тестовите задачи. Тези термини не са обект на учебните програми по математика и само част от тях са обект на изучаване в новия учебен предмет „Технологии и предприемачество“.

4. **Условно вземане на решения** (вероятност и данни) - използване на условната вероятност и основните принципи от комбинаториката за интерпретиране на ситуации и прогнози, оценка на несигурността и грешката при измерването.

Представянето и тълкуването на данни са ключови понятия в тази област. Същевременно се включва и формулирането, тълкуването и преценката на заключения, които са направени в ситуации, при които несигурността е важен проблем, както и да се вземе решение, което не е напълно сигурно. Много често от учениците се изисква да могат да оценят как предположения, направени при създаването на модел, оказват влияние върху заключенията, които могат да бъдат направени, както и че различните предположения могат да доведат до различни изводи.

„Две от глобалните цели на обучението по математика са:

- формиране у учениците на система от основни научни знания по математика, както и придобиване на умения за практическото им приложение;
- развитие на творческото математическо мислене на ученика и на способността му сам да придобива математически знания.“ [Данаилова,2016]

В учебните програми темите за вероятност и данни се изучават от V клас на базата на спираловиден принцип, но липсва количествено определяне на вариативността, оценка на грешката, условно вземане на решение.

Някои от другите теми от съдържателните области на PISA са:

□ **Алгебрични изрази** - действия с алгебрични изрази, включващи числа, символи, аритметични операции, степени и прости радикали. Присъстват в учебните програми от пети до девети клас в зависимост от изучаваното множество числа през годините.

□ **Уравнения и неравенства** - линейни уравнения и неравенства и свеждащи се до тях, уравнения от втора степен, аналитични и неаналитични методи за решаване. За първи път в учебната програма за шести клас се обобщава темата „Уравнения“, която е доразвита в седми клас. В процеса на обучение до девети клас се изучават модулни уравнения и неравенства, квадратни уравнения и неравенства, уравнения от по-висока степен, които се свеждат до квадратни, дробни уравнения, рационални неравенства, ирационални уравнения, както и системи линейни уравнения и системи уравнения от втора степен с две неизвестни.

□ **Координатни системи** - представяне и описание на данни, разположение и взаимоотношения. В VI клас в темата „Рационални числа“ се изучава декартова координатна система, координати на точка, построяване на симетрични точки на дадена точка спрямо началото и осите на координатна система.

□ **Взаимовръзка между геометрични фигури в равнината и пространството** - например алгебрични връзки между елементите на фигурите (Питагорова теорема и др.), относително разположение, еднаквост и подобност, както и динамичните връзки, включващи трансформация и движение на фигури, съответствия между двумерни и тримерни обекти. В учебната програма за VI клас за първи път се изисква ученикът да умее да намира неизвестна страна на правоъгълен триъгълник при дължини на страните Питагорови тройки числа. В VIII клас се изучават еднаквостите - осева симетрия, ротация, централна симетрия и трансляция.

□ **Измерване** - Количествено определяне между фигури и обекти, като ъгъл, разстояние, дължина, периметър, обиколка, лице и обем. Изучават се в учебните програми по математика още от втори клас (обиколка на триъгълник, квадрат и правоъгълник), а лице – от четвърти клас, понятието обем - от пети клас.

□ **Числа и единици за измерване** - свойства на целите и рационалните числа, понятие за ирационалните числа, както и количества и единици за измерване, отнасящи се до явления, като време, пари, тегло, температура, разстояние, лице и обем, както и тяхното числено описание. Изучават се на спираловиден принцип по математика още от начален етап – множеството на естествените числа, на целите числа, на рационалните числа, на ирационалните числа.

Книгите за учителя по математика представляват методически ръководства за учители, преподаващи математика. След проучване на съдържанието им, се забелязва, че в методическите ръководства за начален етап [Ангелова, 2016], за всеки урок ясно и конкретно са формулирани математическите компетентностите, които учениците ще придобият, като очаквани резултати от обучението. [Ангелова, 2016; 2017; 2018]

В приложенията към тези ръководства са представени примерни варианти за диагностика на учениците, които включват прецизно изградени критерии за оценяване на математическите компетентности на учениците [Ангелова, 2018].

□ **Аритметични операции** - свойствата на тези операции и съответните правила за означение и действия. Присъстват във всички учебни програми в област „Числа. Алгебра“

□ **Процент, частно и пропорция** - числено описание на относителна величина и прилагане на пропорции и пропорционални разсъждения за решаване на задачи. В V клас

ученикът знае понятието процент и умее да представя и намира определено количество по различни начини. Знае понятието лихва и го прилага в задачи. В VI клас ученикът трябва да знае понятието пропорция и понятията, свързани с него, да знае свойствата на пропорцията, да умее да прилага знанията за пропорция в практически задачи, да умее да представя и използва едно и също количество като отношение, процент или обикновена дроб, да умее да открива права и обратна пропорционалност в познати ситуации, да умее да различава графиката на правата пропорционалност от графиката на обратната пропорционалност.

□ **Начини за преброяване, извадки и начини за получаване на извадки, шанс и вероятност** - прости комбинаторни принципи и пермутации, понятието извадка, получаване на извадка, включително прости статистически заключения въз основа на свойствата на извадките, понятието случайно събитие, вариация и нейното представяне, шанс и честота на събитията, основни свойства на понятието за вероятност. Спираловидно присъстват в учебните програми от шести до девети клас.

□ **Оценка** - целенасочено закръгляване/приближаване на количества и числови изрази, включително значещи цифри и закръгляване. Съдържанието относно закръгляване на число се изучава в учебната програма в пети клас.

□ **Събиране на данни, тяхното представяне и интерпретиране** - същност и събиране на различни видове данни, различните начини за тяхното анализиране, представяне и тълкуване. В прогимназиалния етап ученикът умее да събира, организира и представя данни за един признак в таблица, да разчита и да интерпретира данни, зададени с таблици и диаграми - линейна, точкова, блокова, кръгова, правоъгълна, да използва информацията от графично и таблично представяне на данни.

□ **Променливост на данните и описание** - разпределение, централна тенденция и променливост на множество от данни; начини за тяхното описание и тълкуване в количествено отношение. Не се изучават до девети клас с изключение на средноаритметична стойност (изучава се в учебната програма за шести клас). Описателна статистика и централни тенденции (мода и медиана) са обекти на изучаване на учебната програма в десети клас.

„В часовете по допълнителна и разширена подготовка учителят трябва да прояви творчество за да направи връзката между разглежданата тема и реалните житейски ситуации. Да се пренесе този материал към овладяване на знания за практически дейности. Разглеждането на интересни задачи от заобикалящата ни действителност способства да се усъвършенстват уменията на учениците за решаване на разнообразни задачи и те го правят с удоволствие. Така се създават условия за формиране на ключови компететности по математика както и компететности свързани със самостоятелно учене и събиране на информация. Достига се до момент, в който учениците сами могат да си отговорят на въпросите: „Как мога да използвам знанията от тази тема?“, „Каква е ползата от получената информация?“ и други.“ [Рангелова, 2011]

Изводи

От направения сравнителен анализ на четири области от материала по математика и над дванадесет теми от учебния материал по програмите по математика в България се наложиха следните изводи:

1. Новите учебни програми по математика имат съдържание близко до съдържателните области на международното изследване PISA 2021, но не го покриват изцяло.
2. Някои от темите се изучават в учебното съдържание по математика във възраст на учениците извън обхвата на оценяването.
3. Учениците разполагат с богат математически апарат и могат да правят обосновани преценки и решения в реални житейски ситуации чрез процес на моделиране до математическа задача.

Ключовите компетентности, сред които е и математическата, са взаимозависими и представляват съвкупност от знания, умения и отношения, необходими за личностното

развитие на индивида през целия живот, за изграждането на активна гражданска позиция и участие в социалния живот, както и за пригодността му за реализация на пазара на труда.

Литература:

Ангелова В., Книга за учителя по математика за първи клас. София, Издателство „Просвета плюс“, 2016, 180 с., ISBN 978-619-222-017-4

Ангелова В., Книга за учителя по математика за втори клас. София, Издателство „Просвета плюс“, 2017, 176 с., ISBN 978-619-222-122-5

Ангелова В., Книга за учителя по математика за трети клас. София, Издателство „Просвета плюс“, 2018, 167 с., ISBN 978-619-222-167-6

Данаилова З., И. Старибратов, Извънкласните дейности по математика - различната форма за мотивиране на учениците, сп. Математика и информатика, бр 1/2016, стр., София, ISSN 1310-2230

Петрова С., Н. Василева, „Предизвикателствата пред училищното образование“, ISBN 978-954-8973-16-8, София, 2013.

Петрова С., Природните науки и технологиите в училището на XXI век, ISBN 978-954-8973-25-0 София, 2016

Рангелова П., И. Старибратов, „Житейски задачи и делимост на естествени числа“, Международна научно-практическа конференция „Ключовите компетенции в образованието – стратегии и практики“, 22–24 септември 2011 г. Стара Загора, ISBN 9778-954-691-071-4

[WEB 1] <http://pedagogicnews.uni-ruse.bg>, Ива Стаменова „Проблемът за функционалната грамотност на ученика в педагогическото пространство на съвременното начално училище“

[WEB 2] <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=933>

Националната стратегия за насърчаване и развитие на грамотността 2014-2020 г.

[WEB 3] <https://www.mon.bg/bg/28>, Учебни програми по математика от пети до девети клас

[WEB 4] <http://www.oecd.org/publications/equations-and-inequalities-9789264258495-en.htm>, PISA 2021 - рамката на изследването по математика.

[WEB 5] https://www.researchgate.net/publication/300730531_KOMPETENCII_I_KOMPETENTNOST_MEZDU_ZNANIETO_I_MOZENETO